

피부면적

독자들은 “과연 자연의 법칙에 $x^{.425}$ 와 같은 함수가 사용될까?” 하고 의문을 가질 수 있다. 이 절에는 그러한 함수가 사용되는 보기를 한가지 든다.

사람의 몸무게나 키는 그것을 측정하기가 쉽다. 그러나 사람의 피부면적을 측정하는 것은 쉽지 않다. 실제로 의사들은 환자의 **피부면적**을 알아야 할 때가 종종 있다. 그들이 환자의 피부면적을 구할 때 사용하는 공식은 다음과 같다: 사람의 몸무게를 W kg, 키를 H cm 이라 하자. 그러면 피부면적 A m² 은

$$A = 0.007W^{0.425}H^{0.725} \quad (1)$$

와 같이 근사적으로 구할 수 있다. 예를 들어 몸무게가 66 kg, 키가 170 cm 인 사람의 경우 피부면적은 대략 1.72 m² 이라는 뜻이다.

이 절에서는 어떻게 하여 위와 같은 식이 얻어졌는지 살펴보기로 하자.

우선 사람들이 모두 **답은꼴인 이상적인 경우(ideal case)**를 생각하자. 이때에 키가 두배인 사람은 피부면적이 네배일 것이고, 몸부피는 여덟배가 된다. 다시 말하면, 피부면적 A 는 키의 제곱에 비례하고, 몸부피 V 는 키의 세제곱에 비례한다.

$$A = k_1H^2, \quad V = k_2H^3.$$

한편 사람의 평균밀도를 ρ 라 하면 몸무게는

$$W = \rho V$$

이다. 그러므로 몸무게를 측정하여 피부면적을 얻는 공식

$$A = k_3W^{2/3}$$

이 얻어진다.

몸무게에서 피부면적을 얻는 방법을 **몸무게-판정법**이라 하고, 키에서 피부면적을 얻는 방법을 **키-판정법**이라 하자. 몸무게-판정법 $A = k_3W^{2/3}$ 과 키-판정법 $A = k_1H^2$ 이 표준형인 사람들에게는 모두 같은 결과를 주지만, **홀쭉하거나 뚱뚱한 사람**에게는 다음과 같은 현상이 나타난다.

	홀쭉한 사람	표준형	뚱뚱한 사람
몸무게-판정법	실제값보다 작게 나옴	정확함	실제값보다 크게 나옴
키-판정법	실제값보다 크게 나옴	정확함	실제값보다 작게 나옴

키 또는 몸무게 중 하나만 사용하여 피부면적을 조사

	가벼운 사람	표준 몸무게	무거운 사람
키 큰 사람			
표준 키			
키 작은 사람			

대각선(/)방향은 표준 모형, 그 위쪽은 날씬한 사람, 그 아래쪽은 뚱뚱한 사람
오른쪽으로 갈수록 표면적 증가, 왼쪽으로 갈수록 표면적 증가

그러므로 몸무게만으로 피부면적을 추정하는 것이나, 키만으로 피부면적을 추정하는 것은 모두 약간의 문제점들을 가지고 있다. 그러나 이들을 동시에 활용하여

$$A = kW^aH^b$$

와 같은 모형을 생각하면, 이것은 서로를 보완하여 훨씬 적합한 판정을 하게 하여 준다. 만약 표준 체격에 대한 비만도(또는 날씬도)가 r 인 경우 몸무게-판정법으로 추정한 피부면적이 실제값의 $r^{1/a}$ 배이고, 키-판정법으로 추정한 피부면적이 실제값의 $r^{1/b}$ 배이면 위와 같은 공식이 서로를 보완함을 안다. a, b 는 실험에서 추정한 값이지만, 닳음비가 잘 맞도록 정해야 한다. 즉, 키가 r 배이면, 피부면적은 r^2 배이고, 몸무게는 r^3 배이다. 그러므로 방정식

$$r^2 A = k(r^3 W)^a (rH)^b$$

가 만족되어야 한다. 이로부터

$$2 = 3a + b$$

를 얻는다. 식 (1)에서도 $2 = 3 \times 0.425 + 0.725$ 임을 확인할 수 있다.

이제 모형

$$A = kW^a H^b$$

에서 몸무게와 키의 변화가 피부면적 변화에 어떻게 영향을 끼치는지 살펴보자. 이것을 구하기 위하여 양변에 로그를 취해

$$\ln A = \ln k + a \ln W + b \ln H$$

을 얻고 다시 미분하면

$$\frac{\Delta A}{A} \approx a \frac{\Delta W}{W} + b \frac{\Delta H}{H}$$

를 안다.¹

따라서 현재 피부면적을 측정한 사람과 비교하여, 키는 같지만 몸무게가 1% 많은 사람은 피부면적이 $a\%$ 정도 크고, 몸무게는 같지만 키가 1% 정도 큰 사람은 피부면적이 $b\%$ 정도 크다.

0.0.1 기본연습문제

만득이가 열심히 다이어트를 하여 몸무게를 2% 감량하였다고 하면 body lotion 을 몇 % 정도 절약할 수 있나?

¹ 위 식을 극한적인 경우에 다음과 같이 나타낸다:

$$\frac{dA}{A} = a \frac{dW}{W} + b \frac{dH}{H}.$$

$\Delta A/A$ 와 같은 표현은 A 를 측정하는 단위와 상관없이 일정한 값을 준다.